



A AVALIAÇÃO EM MATEMÁTICA EM FORMA DE TEIA

RESUMO

Este artigo apresenta um método de avaliação em ambiente computacional que se encontra em maior consonância com as teorias didáticas e psicológicas aceitas na educação matemática do que aquele padrão ou tradicional, largamente adotado nas escolas brasileiras. Esse modo de avaliação, denominado, neste artigo, *método de avaliação em teia*, pode ser utilizado com grande operacionalidade em turmas presenciais ou no ensino a distância. Esse método se baseia nas teorias de Douady (1986) e Robert (1998), que são aliadas às teorias dos campos conceituais, de Vergnaud, e da aprendizagem de Vygotsky. É apresentado também um exemplo de como elaborar questões avaliativas nesse método no caso do ensino de estatística na educação básica. A pesquisa se caracteriza como qualitativa, explicativa e exploratória.

Palavras-chave:

Avaliação em Matemática. Filosofia da Teia. Teorias Psicológicas. Banco de Questões. Tecnologia Educacional.

Introdução

O processo de ensino e de aprendizagem, em contexto escolar, envolve de modo contínuo três etapas, nomeadamente planejamento, execução e avaliação das ações didáticas. No método tradicional, o processo de avaliação consiste basicamente na aplicação de exames escritos, assumindo, em geral, um caráter meramente classificatório, não fornecendo ao estudante um retorno ou diagnóstico acerca das suas dificuldades de aprendizagem nem opções para que ele supere essas dificuldades. O professor, por sua vez, realiza a correção das provas com o intuito de apenas constatar os erros e os acertos dos estudantes para conferir-lhes uma nota.

A adoção dessa forma padrão de exame tem se consagrado nas escolas por algumas razões práticas: (a) é aplicável em turmas com números grandes de estudantes; (b) produz um registro escrito documental do que o estudante produziu em face do que lhe foi solicitado na questão proposta no texto do exame escrito; (c) fornece um critério quantitativo para a aprovação ou reprovação do examinando. A principal crítica desferida ao método

¹Especialista em Educação Matemática e Educação a Distância, mestrando no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Federal de Alagoas. Maceió/AL, Brasil (hendricksonrogers@hotmail.com).

²Doutor em Matemática pela Universidade Federal de Pernambuco, docente e orientador no PPGECIM. Maceió/AL, Brasil (edielguerra@hotmail.com).



padrão de exame escrito é que ele se presta mais à hierarquização e classificação dos alunos do que à avaliação do processo de ensino e de aprendizagem.

Muitos autores têm ressaltado a necessidade do desenvolvimento de estratégias de avaliação que permitam a superação dessa ausência de retorno de informações, aos estudantes e professores, acerca dos êxitos e das dificuldades apresentadas por eles no processo de ensino e de aprendizagem. O objetivo principal deste artigo é o de apresentar um método de avaliação que permita tanto a autoavaliação do estudante, quanto ofereça: (1) subsídios ao professor para diagnosticar as dificuldades do estudante e (2) opções ao estudante de superação de suas dificuldades na aprendizagem de um dado conteúdo matemático.

O método de avaliação, aqui apresentado, será denominado doravante *método de avaliação em teia*. Neste artigo, apresentamos as ideias fundamentais que o norteiam e um exemplo de sua aplicação num caso particular. A pesquisa se caracteriza como qualitativa, uma vez que as características desta abordagem são: “objetivação do fenômeno; hierarquização das ações de descrever, compreender, explicar, precisão das relações entre o global e o local em determinado fenômeno” (GERHARDT, SILVEIRA, 2009, p. 32); também explicativa, pois ela explica o porquê das coisas através dos resultados oferecidos. E por conter uma análise de exemplos que estimulam a compreensão do leitor, nossa pesquisa também pode ser caracterizada como exploratória (GIL, 2007).

Ideias norteadoras do método da avaliação em teia

O *método de avaliação em teia*, aqui proposto, tem como mola propulsora a aprendizagem contínua em ambiente computacional (celulares, *tablets*, *desktops*, *notebooks* etc., conectados à internet). Desse modo, ele pode ser utilizado também em processos de ensino a distância. No que se segue, destacamos algumas ideias que o norteiam.

A avaliação é dinâmica

De acordo com a psicóloga e pesquisadora em Educação Matemática Márcia Brito (2011), a ideia de Avaliação Dinâmica se materializa quando os educandos aprendem não apenas nas aulas, entre as avaliações, mas também durante as avaliações, sendo a aprendizagem um fenômeno contínuo envolto em situações de teste-intervenção-reteste. Quando um problema é resolvido de maneira incorreta, o *feedback* pode ocorrer para o aluno, auxiliando-o o quanto antes para que ele tenha condições de acertar o tópico e dominar o Campo Conceitual (cuja definição será apresentada mais adiante) relativo a ele. A (pre)ocupação do docente é com correção e superação das dificuldades do aluno, dentro do contexto de uma interação dinâmica, de um relacionamento intenso entre o aprendiz e o educador – afeto e Matemática.

Esse estilo de avaliar é prospectivo e evidencia os dados qualitativos; seu escopo é compreender a relação entre o aprendido e o desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Fundamenta-se na noção de que as habilidades cognitivas são modificáveis e que existe algum tipo de zona de



desenvolvimento proximal de Vygotsky (1980 apud LUNT, 1994). (A zona de desenvolvimento proximal é a diferença entre o Nível de Desenvolvimento Real – aquelas atividades que o sujeito é capaz de realizar sem assistência – e o Nível de Desenvolvimento Proximal – aquelas atividades que o sujeito é capaz de realizar com a mediação de terceiros). Como ficará claro adiante, o método que aqui propomos: (1) permite a investigação da trajetória da aprendizagem do indivíduo e como ele usa o conteúdo aprendido, permitindo um “diagnóstico” da aprendizagem, avaliando o processo/trajeto e não apenas o produto; (2) possibilita a avaliação da maneira de o estudante trabalhar com o conhecimento aprendido.

Além disso, a construção da avaliação é um momento de planejamento; leva-se em conta não o que e quanto um estudante aprendeu, mas sim o que ele é capaz de fazer com o conhecimento aprendido. Tudo isto traz um *feedback* para o próprio avaliador quanto à suas estratégias de ensino, oportunizando sugestões úteis (LIMANA; BRITO, 2008).

Aprendizagem via conceitualização

Para o proponente desta teoria, o matemático e psicólogo Gerard Vergnaud (1986), campo conceitual é “um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, conteúdos, e operações de pensamento, conectados uns aos outros e provavelmente interligados durante o processo de aquisição” (VERGNAUD, 1986, p. 40). Dominar determinado campo conceitual, então, é o mesmo que ser capaz de resolver problemas que contenham o conceito a ser avaliado, com níveis de interação com outros conceitos e de complexidade diferentes. O conceito equação, por exemplo, é estudado ao longo de todo o ensino fundamental, interagindo com outros conceitos como proporcionalidade, verbo, gráfico etc. (conceitos matemáticos e não matemáticos). E seu nível de complexidade aumenta com o passar das séries, até que o estudante chegue ao nível dos sistemas de equações lineares e polinômios, também conectados a conceitos antigos e novos para o aluno.

Segundo a psicóloga Magina (2005, p. 3), “a aquisição do conhecimento se dá, em geral, por meio de situações e problemas com os quais o aluno tem alguma familiaridade, o que implica em dizer que a origem do conhecimento tem características locais”. Ela enfatiza o fato de que, em sua teoria, Vergnaud afirma que o docente deve identificar quais conceitos seus alunos usam explicitamente e quais são os que eles usam, embora corretamente, sem o desenvolvimento adequado a ponto de serem explícitos. Faz-se ainda a proposição de que o professor procure “entender quais foram os meios utilizados pelo seu aluno para realizar a tarefa solicitada, já que o aluno pode utilizar diferentes caminhos para produzir uma resposta correta, mesmo que esta inclua exercícios que não aceitem mais do que uma resposta certa” (MAGINA, 2005, p.5).

Minimização da sobrecarga cognitiva e promoção da assistência contínua

O psicólogo John Sweller define carga cognitiva como “um construto representando a carga que a realização de uma tarefa particular impõe no sistema cognitivo” (SWELLER, 1998, p. 266 apud SOUZA, 2010, p. 42). Souza (2010, p. 32, 33), na construção de sua dissertação, entrou em contato com o próprio



Sweller, comprovando isso apresentando *e-mails* trocados entre eles nos anexos de seu trabalho; ele cita um exemplo simples e objetivo que contribui para a compreensão da teoria ora analisada:

Se $Y = X + 8$, $X = Z + 4$ e $Z = 10$, encontre o valor de Y . Um principiante [...] para encontrar a solução deste problema focalizará sua atenção primeiramente no objetivo (Estado Final); encontrar Y . Porém, como $Y = X + 8$, ele só poderá encontrar o valor de Y se souber o valor de X . Então, encontrar X passa a ser seu subobjetivo. Porém, como $X = Z + 4$, ele só poderá encontrar o valor de X se souber o valor de Z . Então, encontrar o valor de “ Z ” se torna também um subobjetivo. Relendo a questão, ele verificará que o valor de Z é um dado fornecido ($Z = 10$). Esse valor pode ser substituído na equação $X = Z + 4$ obtendo-se assim o valor $X = 14$ que por sua vez deverá ser substituído na equação $Y = X + 8$ obtendo-se o valor $Y = 22$, que é o objetivo (Estado Final) do problema. Observa-se de um modo geral que [...] um principiante³ para resolver um problema resulta em uma demanda considerável da capacidade da Memória de Trabalho, eis que ele tem de manter simultaneamente em mente o objetivo, os subobjetivos e as prováveis operações associadas a esses. Essa demanda sobre a memória de trabalho, quando excessiva, pode ser prejudicial para a aprendizagem (SWELLER; LEVINE, 1982).

Para evitar que questões de Matemática excedam os limites da capacidade da Memória de Trabalho, fazendo com que o raciocínio e a aprendizagem fiquem abaixo do desempenho esperado, essa teoria propõe diretrizes. Em suas pesquisas anteriores à formulação de tais diretrizes, Sweller verificou experimentalmente que resolver muitos problemas, estudando apenas poucos exemplos, resultava numa aprendizagem demorada devido à sobrecarga na Memória de Trabalho. A técnica chamada Efeito do Problema Resolvido resolvia as dificuldades originadas por técnicas como a das tentativas e erros. Obviamente todo professor sabe que os exemplos são necessários. “Contudo, a novidade é a comprovada eficiência dos exemplos, que, ao substituírem os exercícios a resolver, conseguem resultados de aprendizagem equivalentes em menor tempo e com menor esforço” (CLARK; NGUYEN; SWELLER, 2006, p. 190 apud SANTOS, 2010, p. 38); ou seja, um educador matemático que oferece a seus alunos uma lista de problemas que contenha vários deles resolvidos está usando a teoria da carga cognitiva a favor da aprendizagem e, cientificamente falando, terá uma probabilidade maior de sucesso em relação ao professor das listas tradicionais.

Dando continuidade às pesquisas sobre a Teoria da Carga Cognitiva de Sweller, o psicólogo Richard Mayer elaborou ainda princípios que demonstraram minimizar as sobrecargas cognitivas, aumentando as chances de um processo cognitivo de aprendizagem bem sucedido. De acordo com Mayer (2001a), recomenda-se que o professor leve em consideração o fato de que ao se usar a Tecnologia Digital da Informação e Comunicação (TDIC), faz-se uso de recursos que atingem mais de um canal de percepção simultaneamente, por exemplo, a visão e a audição, acarretando uma sobrecarga cognitiva a qual pode causar confusão e até mesmo desestímulo do aprendiz.

Os princípios de Mayer (2001b) asseguram que, na construção de conteúdos e materiais de ensino, é necessário ponderar os três principais tipos de carga cognitiva:

1) Carga cognitiva intrínseca, que é imposta pela complexidade do conteúdo/material usado no ensino.

³A Teoria da Carga Cognitiva se fundamenta em esquemas objetivando diminuir a Carga Cognitiva (a expressão também se refere à carga sobre a Memória de Trabalho durante a aprendizagem, onde essa memória não tem somente a função de armazenamento, mas também de gerenciamento de informações). Isso implica que tais esquemas permitem muitos elementos serem manipulados como um único elemento na Memória de Trabalho e, como resultado, mais capacidade de Memória de Trabalho é liberada. Esquemas são estruturas mentais utilizadas para organizar o conhecimento (SWELLER, 2003). Os esquemas permitem que os *experts* resolvidores de problemas categorizem problemas, reconheçam estados/situações de certa categoria de problema e, conseqüentemente, resolvam-nos. Já os principiantes não possuem esquemas e por isso são incapazes de categorizar problemas. Eles não têm alternativa, a não ser se engajar em técnicas de buscas, tais como a “tentativa-e-erro” (LARKIN; SIMON, 1980 apud SOUZA, 2010).



2) Carga cognitiva natural (ou relevante), a qual é gerada por quaisquer atividades de ensino-aprendizagem.

3) Carga cognitiva externa ao conteúdo (ou irrelevante), a qual não contribui para a construção e automação de esquemas, ou seja, é a carga a ser evitada pelo educador, pois desperdiça a memória de trabalho que já sofre exigências das cargas anteriores.

Assim sendo, é necessário controlar a carga intrínseca associada à TDIC, dispondo o material de modo a otimizar a quantidade de objetos interativos. Interatividade não precisa significar sobrecarga cognitiva, o saldo negativo entre as cargas; antes pode ser a ferramenta desta época a ser usada em prol do fazer-ensinar-avaliar Matemática. Mas, novamente, depende-se da postura pedagógico-tecnológica do docente.

O método de avaliação em *teia*

Esse método se situa no campo das propostas de avaliação em ambientes computacionais, tais como aquele apresentado por Soares et al (2009, p. 137). Ele foi realizado com estudantes recém-chegados à graduação em Matemática e “utilizou-se um programa interativo que oferece um banco de questões bem como recursos para a criação de novos exercícios: o WIMS – WWW *Interactive Multipurpose Server* um programa livre que pode ser acessado através de qualquer navegador web na internet”. Essa é uma das poucas experiências em avaliação matemática mediada por computador conectado à internet, registrada na literatura científica, que temos conhecimento. A avaliação em *teia*, que aqui propomos, é uma materialização das ideias explícitas e implícitas nesse método de avaliação e que dá continuidade aos estudos dessa temática.

O nome *teia* que qualifica o tipo de avaliação é facilmente explicado pelo formato de sua estrutura não linear (Apêndice A) – literalmente uma teia de trajetórias possíveis a serem percorridas pelos educandos (LUNT, 1994; LIMANA; BRITO, 2008; BRITO, 2011) de acordo com suas resoluções/respostas, possibilidades estas planejadas criteriosamente (como veremos a partir do próximo tópico) pelo educador-engenheiro⁴.

Essa não linearidade da avaliação é planejada e construída através da opção Formulários do pacote de aplicativos *online Google Docs*⁵. Também faz parte do planejamento da *teia*: a definição da quantidade de ramos (trajetos possíveis dos quais deriva a quantidade de mão de obra para quem está construindo a avaliação e o tempo total de elaboração do questionário interativo); a escolha criteriosa (VERGNAUD, 1986, 1993) do banco de questões (DOUADY, 1986; ROBERT, 1998), conforme veremos mais a frente, e a quantidade e qualidade (MAYER, 2001a, 2001b) de assistência contínua e imediata a ser dada ao estudante durante seu percurso (SWELLER, 1988, 2003).

Algumas implicações imediatas da implementação do planejamento embasado na filosofia da *teia*: o docente colocará em sua *teia* uma assistência à disposição do estudante (SWELLER, 1988); o aluno poderá

⁴Essa expressão é uma referência à complexidade singular de cada indivíduo, apontada pela Psicologia da Educação Matemática (BRITO, 2011), a engenhosidade necessária à elaboração de uma *teia* (mas não necessariamente complicada e trabalhosa) e seu armazenamento *online* em um AVA (DA SILVA; COLODETE, 2015 e DA SILVA; LUIZ, 2015). O docente não precisa ser um programador, mas precisa ter alguma familiaridade com um computador e a internet.

⁵www.google.com/docs/about, acesso em jun. 2015. No *site* se encontra o tutorial ou manual de uso do programa *online* gratuito. Usamos o programa para a realização de nossa ideia original muito embora ele seja elástico, para fins diversos.



escolher o nível do problema a ser resolvido (ROBERT, 1998) de duas formas: automática e volitiva. A primeira ocorre cada vez que ele errar na solução do problema, pois automaticamente o próximo item (problema) será mais simples dando-lhe ânimo. A segunda forma ocorrerá sempre que o aprendiz se sentir desconfortável com a questão e escolher a opção pela questão mais simples (obviamente que isto implicará uma quantificação inferior de seu aprendizado, pois ele terá fugido de um problema mais elaborado para um que exige uma gama de conhecimentos menor); o avaliando poderá escolher se conclui ou se continua o questionário após uma quantidade mínima (antevista pelo engenheiro) de ramos percorridos; espera-se que o aluno se sinta mais motivado ao usar a tecnologia para sua formação (já que costumeiramente a usa para outros fins).

E a verificação das trajetórias percorridas por uma sala de aula inteira é facilmente realizada (SOARES et al., 2009). Dito de outro modo, a correção da prova é simples, pois o planejamento e o programa Formulários garantem a visualização fácil pelo avaliador do uso que o aprendiz fez de seu conhecimento. Quando o estudante conclui suas trajetórias, ele as envia *online* ao professor. Os percursos de vários alunos enviados inclusive simultaneamente, chegam automaticamente na conta gratuita (aberta pelo docente) no *Google*, na forma de uma planilha contendo todas as escolhas dos avaliandos, possibilitando ao avaliador analisar e quantificar as respostas dos estudantes celeremente.

Uma vez que a filosofia básica da *teia* está bem definida, passaremos a construir e aplicar parâmetros e critérios para a elaboração do banco de problemas de uma *teia*. Em seguida, examinaremos duas outras teorias que embasam tal critério.

Problemas e a Dialética ferramenta-objeto

O banco de problemas da *teia*, independente do tema matemático que está sendo avaliado por meio de suas questões, é elaborado criteriosamente. Vergnaud (1993) e a teoria do ensino de matemática por resolução de problemas instruem colocando o problema como o início da atividade matemática no lugar das definições áridas. Eles explicam que as situações-problema são ambientes férteis para o processo ensino-aprendizagem de conceitos, ideias e métodos matemáticos, os quais incentivam os estudantes a produzir sua estratégia de resolução. Os PCN também diferenciam uma questão-problema de um exercício de fixação. “Um problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada” (BRASIL, 1998, p. 41).

Regine Douady, em sua tese doutoral sobre a Dialética ferramenta-objeto, entende que o conhecimento deve acontecer por meio de propostas de ensino adequadas, nas quais a participação contínua do estudante é imprescindível. Sua teoria é um processo recorrente que visa por professor e alunos em posições estratégicas num contrato didático em que a parte do aprendiz é o querer aprender e o atuar nesta direção, enquanto ao educador compete promover situações de modo que os conceitos matemáticos trabalhados assumam, alternadamente, as funções seguintes: ferramenta de resolução de problemas (conhecimentos já aprendidos pelo aluno) e objeto de estudo (conhecimento a ser aprendido).



Uma vez aprendido pelo estudante, o objeto assume o *status* de ferramenta (DOUADY, 1986).

Essa teoria, portanto, define aprendizagem como a movimentação de um conceito matemático ou objeto ao posto de ferramenta para a aquisição de um novo objeto. Ao elaborar problemas com base na Dialética ferramenta-objeto, de acordo com Douady (1986), o educador matemático precisa observar seis instruções quanto ao conhecimento do aprendiz:

- 1) Conhecimento antigo: para a resolução do problema, o aprendiz mobilizará algo de seus conhecimentos anteriores os quais funcionam como ferramentas.
- 2) Conhecimento via pesquisas (ou Novo conhecimento implícito): diante das dificuldades na resolução do problema, o aprendiz pesquisa a procura do novo conhecimento o qual ainda não dispõe.
- 3) Explicitação do conhecimento (ou Institucionalização local): os estudantes apresentam os conhecimentos que conseguiram (uma parte apenas?) num contexto de descoberta e discussão entre os antigos e os novos conhecimentos. O educador deve estar atento para intervir quando ocorrerem contradições emergentes na mente dos educandos, evitando a diminuição da atuação deles.
- 4) Institucionalização do novo conhecimento: o educador toma as ferramentas dos alunos e as examina formalmente (as expõe de acordo com definições, convenções, teoremas, demonstrações etc.), fazendo com que tais ferramentas sejam descontextualizadas do problema, sendo colocadas como disponíveis também para a resolução de outros problemas; ou seja, assumam o posto de objetos, mas objetos recém adquiridos, de modo que o mesmo conceito matemático é apreendido pelo educando com novos significados e utilidades.
- 5) Familiarização do novo conhecimento (ou reutilização num novo problema): os objetos recém adquiridos, na fase anterior, são operacionalizados como ferramentas, para que o aprendiz possa utilizá-los em novas questões.
- 6) Complexificação do conhecimento: o educador leva o educando a problemas para ampliação e aquisição de outros novos conhecimentos, como as questões do dia a dia, as quais são mais abrangentes e mais complexas, se iniciando um novo processo recorrente da Dialética de Douady (1986).

Douady (1992, p. 135), em sua teoria, também define: “Um quadro é constituído de objetos de um campo da Matemática, de relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diferentes e das imagens mentais associadas a esses objetos e a essas relações”. Cita-se como exemplos o quadro da estatística, o quadro geométrico, o quadro algébrico etc. Também é possível subdividir o quadro da estatística, por exemplo, em quadro das medidas de tendência central, quadro das medidas de dispersão etc. O quadro geométrico é composto pelo quadro da geometria euclidiana, quadro da geometria esférica etc. Para Douady (1992), uma mudança de quadro é uma transição de um quadro para outro com o intuito de formular um mesmo problema de dois ou mais modos distintos. Tal mudança objetiva driblar dificuldades durante a resolução da questão, alcançando-se o funcionamento de ferramentas que não constavam numa formulação anterior. Uma mudança de quadro é espontânea, quando ocorre pela iniciativa do aprendiz, ou provocada, quando ocorre pela intervenção alheia.



Problemas e os níveis de funcionamento do conhecimento

Outra pesquisadora francesa, Aline Robert (1998), criou um conjunto de classificações de noções matemáticas visando oferecer ao professor fundamentação em suas análises a respeito da complexidade de conteúdos, quer sejam para fins diagnósticos, de avaliação ou para elaboração de sequências e cenários. Robert (1998) estuda a mobilização de conhecimentos matemáticos por meio da classificação em três níveis de funcionamento do conhecimento que se pode esperar dos alunos.

No nível Técnico, o problema exige do estudante apenas mobilizações isoladas de seu conhecimento, o que deve estar bem explícito em seu enunciado, ou seja, “aplicações imediatas de teoremas, propriedades, definições, fórmulas etc. Trata-se então de contextualização simples, local, sem etapas, sem trabalho preliminar de reconhecimento, sem adaptações” (ROBERT, 1998, p. 27).

Já no nível Mobilizável, os problemas exigem um pouco mais: embora o enunciado ainda seja bastante claro, o estudante precisa estar preparado para realizar adaptações em seus conhecimentos, mudanças de quadro (DOUADY, 1992), mas com indicações previstas no bojo da questão. Aqui também pode existir a necessidade de (a) aplicar várias vezes a mesma ferramenta ou utilizar várias ferramentas diferentes, em etapas sucessivas; (b) articular duas informações de naturezas distintas. Nas palavras de Robert (1998, p. 28), “não há somente aplicação simples, as características ferramenta e objeto podem ser relacionados. Mas o que está em jogo é explícito. Ou seja, um saber é dito mobilizável [...] quando está bem identificado [...] mesmo se houve lugar para se adaptar ao contexto particular”.

O terceiro nível é o de funcionamento dos conhecimentos Disponíveis (nível Disponível). Os problemas que se enquadram nesta categoria não dão pistas ao estudante quanto às ferramentas a serem usadas em sua resolução. Robert (1998, p. 28) salienta que o aluno deve “procurar em seus próprios conhecimentos o que pode intervir na solução. Por exemplo, poder fornecer contraexemplos (encontrar ou inventar), mudar de quadros sem sugestão (relacionar), aplicar métodos não previstos, são comportamentos que se esperam neste nível”.

Segundo a teoria de Robert (1998), não faz sentido tentar descobrir o que o aluno não aprendeu. Deve-se, no lugar disso, investigar a causa da sua dificuldade de mobilização do conhecimento. Por que não o tem disponível para resolver determinado problema? Por que os conceitos envolvidos (VERGNAUD, 1993) não lhe são reconhecidos?

A seguir, colocam-se os critérios usados na elaboração do banco de questões de uma *teia* e, em seguida, a configuração não linear desses problemas. Assim, o educador poderá responder as indagações do parágrafo anterior.

A Filosofia da Teia e a sincretização das teorias de Regine Douady (1986) e Aline Robert (1998)

A Filosofia da Teia é o terreno sobre o qual a Avaliação em Matemática em forma de Teia nasce, floresce e frutifica. Dentro de sua amplitude está a Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud, a qual defende que a essência do desenvolvimento cognitivo é a conceitualização da realidade. Entre suas



definições de campo conceitual, está a que o compara a um conjunto com três subconjuntos onde um deles se assemelha a um banco de problemas, cuja resolução requer conceitos, trajetórias e representações de tipos distintos, embora relacionados (VERGNAUD, 1993). Tanto Douady (1986) quanto Robert (1998) se cruzam com Vergnaud (1983) quando este instrui que: (1) um problema não possui um único conceito; (2) um conceito não é apreendido dentro de um só tipo de problema; (3) a aprendizagem de todas as propriedades de um conceito e/ou a apropriação de todos os conceitos de um problema é um processo que demanda um contrato didático entre educador e educando que demora anos, por meio de comparações e incompreensões entre problemas, métodos e concepções.

Fundamentada em sua filosofia, uma *teia* possui seu banco de questões norteado pelas seguintes diretrizes advindas da articulação das teorias de Douady (1986), Vergnaud (1993) e Robert (1998):

Problemas com níveis de complexidade crescente

Para a organização de uma avaliação em *teia* é necessário que se distinga bem o nível do problema ou situação-problema cuja resolução será proposta ao estudante. Como já visto na seção anterior, um problema pode ser enquadrado em uma das três possibilidades seguintes:

- ◆ Nível 1) Técnico – enunciados onde os conhecimentos são todos familiares ao aluno ou que só possui o conceito em avaliação (campo conceitual mínimo⁷); problemas com somente um conhecimento antigo, ou seja, com somente dois conceitos: o atual (em avaliação) e um anterior.
- ◆ Nível 2) Mobilizável – aquele em que os conhecimentos empregados na resolução de um exercício podem ser identificados em seu enunciado e são suficientes para resolvê-lo, mesmo que algumas adaptações ao contexto particular sejam necessárias; ou seja, o problema envolve o campo conceitual no qual está o conceito atual, em que cada conceito envolvido está explícito no próprio enunciado.
- ◆ Nível 3) Disponível – itens nos quais o aluno deve procurar sozinho, em seus conhecimentos, o que é pertinente para a resolução do exercício, ou seja, problemas nos quais o campo conceitual do conceito em avaliação não está explícito no enunciado da questão.

Natureza do conceito focalizado e tipo de quadro

Um segundo passo necessário para a elaboração de uma avaliação em *teia* é que o docente tenha clareza com relação à natureza de ferramenta ou de objeto do conceito focalizado. Segundo Douady (1986):

Ferramenta: é o conceito usado como instrumento para a resolução do problema (esteja ele explícito no enunciado ou não); isto é, o conceito atual ou em avaliação.

Objeto: é o conceito que aparece na questão explicitamente, sendo exigidas do resolvidor do problema definições, propriedades e/ou teoremas desse conceito. Também pode ser considerado como uma ferramenta futura, assim que o aluno aprendê-lo.

⁶Referência metafórica à beleza epistemológica, ao propósito de corresponder às tecnologias digitais da época no exercício da Educação e à estrutura ramificada da avaliação proposta pela dissertação de mestrado de Da Silva, da qual este artigo é um recorte.

⁷Isto não significa que o problema possua um único conceito, pois em sua construção todo problema possui diversos conceitos matemáticos e não matemáticos (MAGINA, 2005).



Quadro: é um agrupamento de objetos, isto é, um campo conceitual teórico (ex.: quadros geométrico, algébrico, numérico etc.). Também pode ser considerado um problema com vários conhecimentos a serem apreendidos.

Jogo de Quadros: são campos conceituais teóricos sinônimos ou interpretações distintas do enunciado de um problema ou de um campo conceitual. Usa-se o jogo e a mudança de quadros nas assistências (SWELER, 1988, 2003) da *teia*, oferecidas em cada problema do questionário adaptativo às respostas do estudante⁸.

Tipos de problemas e seus níveis de complexidade

Problemas Técnicos: exigem/oferecem uma ou mais ferramentas, conhecimentos antigos e problemas que exigem/oferecem um objeto, conhecimento em avaliação.

Problemas Mobilizáveis: exigem/oferecem ferramentas e objetos, e problemas que exigem/oferecem um jogo de quadros.

Problemas Disponíveis: exigem jogos e/ou mudança de quadros.

Na Tabela 1 (Apresentada a seguir), dentro do planejamento de uma *teia*, apresentam-se os três tópicos recém-vistos sendo usados como critérios na escolha de um item para compor o banco de questões.

Questões ideais em ordem crescente de complexidade em seu campo conceitual	Nível e Tipo	Questões NÃO ideais em ordem crescente de complexidade em seu campo conceitual	Nível e Tipo
1	Técnico e Objeto	1	Técnico e Ferramenta
2	Mobilizável e	2	Técnico e Quadro
3	Mobilizável e	3	Técnico e Quadro
4	Mobilizável e	4	Técnico e Quadro
5	Disponível e	5	Mobilizável e Objeto
6	Disponível e	6	Mobilizável e Quadro
7	Mobilizável e	7	Técnico e Quadro
8	Mobilizável e	8	Mobilizável e Objeto
9	Mobilizável e	9	Mobilizável e Quadro
10	Disponível e Quadro	10	Mobilizável e Quadro

Tabela 1 – Exemplo de Planejamento inicial do banco de problemas
Fonte: elaboração própria.

Planejamento de uma *teia*

Como exemplo, explica-se o planejamento do banco de questões da *teia* sobre Estatística (disponível em <http://blogdoprof.com/2015/08/21/avaliacao-em-forma-de-teia-sobre-2/>).

⁸Convidamos o leitor para visualizar e comprovar os recursos citados, acessando a página da referida *teia*: <http://blogdoprof.com/2015/08/21/avaliacao-em-forma-de-teia-sobre-2/>.



O ensino de tópicos da Estatística é estimulado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2012) por sua versatilidade e frequência nos meios de comunicação e, além disso, esse tema esteve presente em todas as edições do Exame Nacional do Ensino Médio. Nesta seção, aborda-se esse campo conceitual sob a ótica do método da avaliação em *teia*, aplicada *online* por um dos autores deste artigo (Da Silva) a seus alunos do ensino médio.

A estrutura não linear do questionário possui um banco com vinte problemas. No entanto, estipula-se que o estudante responda no máximo dez deles e no mínimo sete, a depender de seu interesse em continuar sua trajetória na *teia* – parte do contrato didático (DOUADY, 1986). O planejamento da quantidade dessas questões, seus níveis e tipos podem ser analisados também na Tabela 1. Classifica-se em ideais e não ideais os problemas de acordo com o conhecimento geral que o educador tem da sala de aula, bem como de seus objetivos (avaliação mensal, do bimestre, da recuperação, preparação para o ENEM etc.).

Os problemas ideais revelam o nível de desenvolvimento dentro do(s) campo(s) conceitual(ais) avaliado(s) que o professor oportunizou a seus alunos alcançar. O estudante que apresenta a solução certa recebe como próximo problema outro com nível conceitual superior, como consta no esboço da *teia*, constante na figura 1:

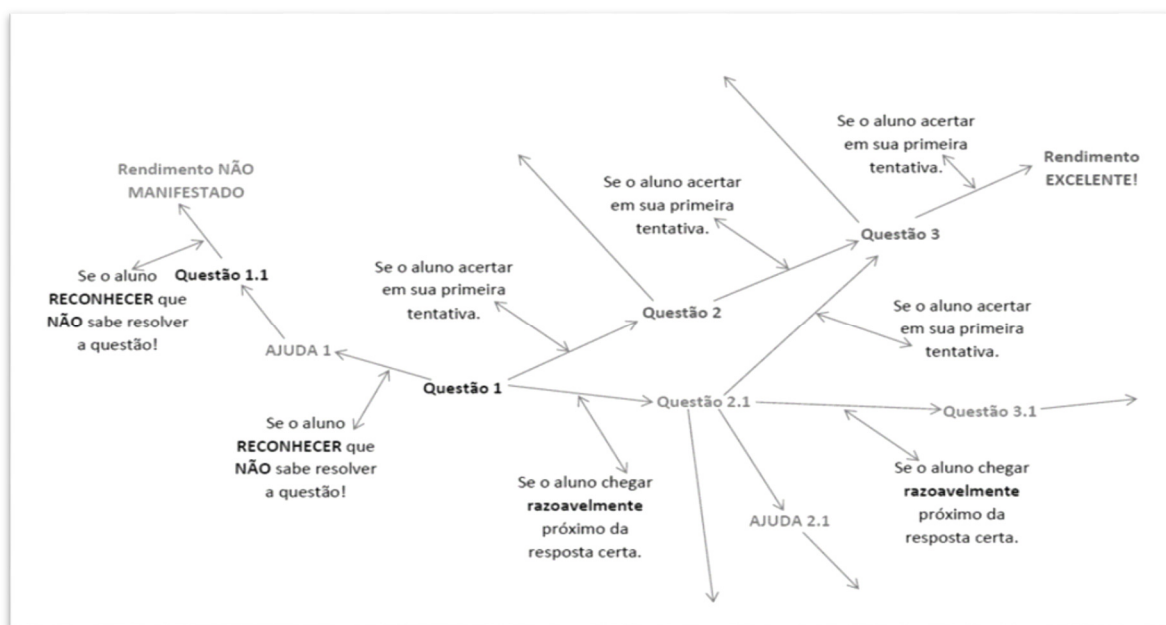


Figura 1 – Esboço da Teia
Fonte: elaborado pelo autor.

Por exemplo: um aluno que não consegue resolver a primeira questão ideal (Tabela 1 e primeiro problema da página seguinte) encontra-se numa das seguintes categorias: a) o problema lhe exige um conceito (ferramenta) que para aquele aluno ainda é objeto, pois ainda não o possui; ora, isto pode ser conciliado por meio da assistência contínua, a qual lhe oportunizará a ferramenta exigida no problema; b) o estudante, mesmo com a assistência, ainda não compreende a questão; para evitar qualquer sobrecarga



cognitiva ou desânimo, a postura psicopedagógico-tecnológica da *teia* lhe permite pular o problema e enfrentar um mais simples, na tentativa de adaptar a avaliação ao conhecimento do educando; dito de outro modo: coloca-se diante do aluno uma quantidade menor de conceitos necessários à resolução da questão, descobrindo com precisão o que ele já sabia ou pode aprender com uma assistência imediata.

De fato, o que para um é conhecimento técnico, por exemplo, pode não ser para outro, de modo que para o aluno que não identifica a solução e erra ao responder um problema, pois o conceito avaliado não lhe era uma ferramenta, mas um objeto (DOUADY, 1986), é-lhe oferecido um próximo problema menos exigente na tentativa de personalizar (VYGOTSKY, 1980) o processo ensino-aprendizagem-avaliação, motivando-o durante a realização desse processo (BRITO, 2011), enquanto ele vai revelando em seu trajeto o que sabe resolver sozinho, o que sabe resolver ao receber assistência e o que não sabe ainda (VYGOTSKY, 1980).

Ao aluno que não identifica a solução e pede assistência, é oferecida uma mudança de quadro que lhe permita revisar o conceito estudado e encarar o(s) objeto(s) a partir de novos pontos de vistas, com mais detalhes, de acordo com a técnica chamada Efeito do Problema Resolvido de Sweller (1988).

A filosofia básica da *teia* ainda possibilita as seguintes situações: o estudante escolhe pular o problema (e isto fica registrado na planilha que contém sua trajetória e é enviada ao avaliador), recebendo automaticamente outro de nível inferior; ou o estudante escolhe concluir sua avaliação naquela questão, mesmo sem resolvê-la. Portanto, o banco de problemas dentro do contexto psicopedagógico-tecnológico da não linearidade da *teia* respeita as diferenças cognitivas de cada educando.

Todos os problemas, independente de sua localização na *teia*, possuem uma imagem (tabela, gráfico, figura etc.) como “elemento motivacional” de acordo com Marja van den Heuvel-Panhuizen (1996 apud BURIASCO et al., 2009, p. 86) que aumenta o acesso do estudante ao objetivo da questão e proporciona um ambiente familiar aos jovens seres humanos rodeados e usuários de tecnologia. No entanto, nem o enunciado nem as imagens das questões são colocados aleatoriamente, pois poderiam gerar sobrecargas cognitivas, distraindo o educando em lugar de incentivá-lo, como instrui outra componente da filosofia da *teia*, já analisada, a teoria das Cargas Cognitivas (MAYER, 2001b).

A seguir, apresentam-se três dos problemas que cumprem o planejamento da Tabela 1, destacando-se os elementos característicos do sincretismo teórico da filosofia básica da *teia*:

A mesma análise pode ser realizada em todas as outras dezessete questões da *teia* em consideração.

1) Numa de suas aulas de Estatística, o prof. H entrevistou os alunos de uma fila: dois tinham 17 anos, dois tinham 16 anos, um tinha 15 anos e outro 18 anos de idade. Qual a idade média, a idade modal e a idade mediana dos alunos dessa fila?

Filosofia da Teia

Objeto: os valores das três medidas de tendência central mencionadas no enunciado (média aritmética, moda e mediana).

Ferramentas: conceitos das medidas estatísticas e operações aritméticas.



2) O dono de uma microempresa pretende saber, em média, quantos produtos são produzidos por cada funcionário em um dia. O chefe tem conhecimento que nem todos conseguem fazer a mesma quantidade de peças, mas pede que seus funcionários façam um registro de sua produção em uma semana de

Funcionários	Quantidade de peças produzidas por dia				
	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Rute	10	9	11	12	8
Jonas	15	12	16	10	11
Marta	11	10	8	11	12
Simão	8	12	15	9	11

trabalho. Ao fim desse período, chegou-se à tabela X. Para saber a produção média de seus funcionários, o chefe faz o cálculo da média aritmética de produção. Mas se obser-

Tabela X – Produção de peças por funcionário

varmos bem a tabela, veremos que há valores distantes da média. O estudo da Estatística apresenta medidas de dispersão que permitem a análise da dispersão dos dados. Como vimos em sala, a variância é uma medida de dispersão que mostra quão distantes os valores estão da média. Sobre as duas funcionárias é correto afirmar que: () A produção média de Rute é maior do que a da outra funcionária. () Ainda não entendi a ideia de variância... () A variância de Marta é inferior a da outra funcionária. () As variâncias são maiores do que as produções médias. () A produção média de Marta é maior do que a da outra funcionária e o mesmo acontece com as variâncias. () Puxa, preciso de uma ajudinha...

Filosofia da Teia

Jogo de quadros: os valores de médias aritméticas e variâncias a partir da tabela.

Ferramentas: Tabela, definição de variância, afirmativas nas opções de resposta a serem comparadas.

Mobilização necessária: transformar os dados da tabela em valores médios e, em seguida, em valores de variâncias. Comparar os resultados dos cálculos com as afirmações das opções.

10) (ENEM–2010) O quadro seguinte mostra o desempenho de um time de futebol no último campeonato. A coluna da esquerda mostra o número de gols marcados e a coluna da direita informa em quantos jogos o time marcou aquele número de gols. Se X, Y e Z são, respectivamente, a média, a mediana e a moda desta distribuição, então () $Z < Y < X$. () $Z < X = Y$. () $Y < Z < X$. () $Z < X < Y$. () $X = Y < Z$. () Gostaria de assistência!

Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

Filosofia da Teia

Conhecimentos exigidos como disponíveis:

Jogo de quadros: a tabela precisa ser interpretada pelo aluno para o cálculo das três medidas de tendência central; os símbolos de igualdade e desigualdade que relacionam as três incógnitas.

Mudança de quadro necessária: retirar os dados da tabela e transformá-los numa sequência ordenada de quantidades de gols marcados de acordo com as quantidades de partidas para, somente então, operacionalizar os dados do enunciado.

Considerações finais

Desse modo, se finda aqui uma parte das pesquisas realizadas para a construção da dissertação sobre uma forma alternativa de avaliação do processo de ensino e de aprendizagem de conteúdos matemáticos. Explicamos como as teorias de Douady (1986) e de Robert (1998), aliadas a teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1993) podem fornecer subsídios de fundamental importância para a elaboração de um banco de problemas destinados a um modo de avaliação alternativo àquele padrão utilizado na maioria das escolas, ao qual denominamos método de avaliação em *teia*. A nosso ver, esse modo de avaliação está em maior consonância com as teorias de aprendizagem atualmente mais aceitas no campo da psicologia da educação matemática.



Apresentamos também um exemplo de um planejamento da construção do banco de questões da teia sobre Estatística e destacamos a presença dos elementos teóricos abordados neste estudo nos enunciados dos problemas. Pretendemos ainda estender a análise dos efeitos do método de avaliação em teia, aplicando-o a um grupo de professores dos ensinos básico e superior, além de explorar os dados coletados das teias que vêm sendo aplicadas a estudantes dos ensinos básico e superior. Nossas próximas pesquisas também investigarão mais detalhadamente o papel da assistência contínua ao estudante enquanto este é avaliado.

Referências

- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+) – Ciências da Natureza e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 2012.
- BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnologia. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental – ciências naturais**. Brasília. MEC/SEMTEC. 1998.
- BRITO, M. R. F. Psicologia da educação matemática: um ponto de vista. **Educ. rev.**, Curitiba, n. se1, p. 29-45, 2011. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-40602011000400003&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: jun. 2015.
- DA SILVA, H. R. M.; COLODETE, M. F. **Avaliação em matemática em forma de rede, com tecnologia autoinstrucional online e offline, presencial ou à distância**. 2015. 28f. Artigo (Pós-graduação em Educação Matemática), Escola Superior Aberta do Brasil (ESAB), Vila Velha, 2015.
- DA SILVA, H. R. M.; LUIZ, M. L. **O uso do blog como um ambiente virtual de aprendizagem e ambiente de treinamento prático para o exercício da tutoria online**. 2015. 20f. Artigo (Pós-graduação em Formação docente para atuação em Educação a Distância), Escola Superior Aberta do Brasil (ESAB), Vila Velha, 2015.
- BURIASCO, R. L. C.; FERREIRA, P. E. A.; CIANI, A. B. Avaliação como prática de investigação (alguns apontamentos). **Boletim de Educação Matemática**, v. 22, n. 33, p. 69-95, 2009. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/pdf/2912/291221900005.pdf>> Acesso em jul. 2015.
- DOUADY, R. Jeux de cadres et dialectique outil-objet. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 7, n. 0, p. 2, 1986.
- DOUADY, R. Repères – **IREM**. n. 6 – Janvier 1992.
- GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (Orgs.) **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.
- LIMANA, A.; BRITO, M. R. F. O modelo de avaliação dinâmica e o desenvolvimento de competências: Algumas considerações a respeito do ENADE.. In: DIAS SOBRINHO, José; RISTOFF, Dilvo; GOERGEN, Pedro. (Org.). **Universidade e sociedade: Perspectivas internacionais**. 1ª ed. Sorocaba, SP: EDUNISO, v. , p. 189-214, 2008.
- LUNT, I. A prática da avaliação. **Vygotsky em foco: pressupostos e desdobramentos**, v. 6, p. 219-254, 1994.
- MAGINA, S. A Teoria dos Campos Conceituais: contribuições da Psicologia para a prática docente. **Encontro Regional de Professores de Matemática**, v. 18, 2005. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/conf/conf_01.pdf>. Acesso em: ago. 2015.
- MAYER, R. **Multimedia Learning**. Cambridge: Cambridge University press. 2001a.
- MAYER, R. Cognitive Constraints on Multimedia Learning: When Presenting
- More Material Results in Less Understanding. **Journal of Educational Psychology**. v. 93, n.1, 187-198. 2001b.
- ROBERT, A. Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 18, n. 2, p. 139-189, 1998.
- SOARES, J. M. et al. Instrumentação Tecnológica e Realimentação no Processo de Avaliação para o Ensino de Matemática na Universidade: um método baseado na Engenharia Didática. **Bolema**, Rio Claro (SP), Ano 22, n. 34, p. 131-152, 2009.



SOUZA, N. P. C. **Teoria da carga cognitiva**: origem, desenvolvimento e diretrizes aplicáveis ao processo ensino-aprendizagem. Belém, 2010. 173 p. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática. UFPA. Disponível em: <http://www.researchgate.net/profile/Nelson_Souza/publication/262676606_Teoria_da_Carga_Cognitiva_Origem_Development_and_Applications/links/0deec53869db7e1ad0000000.pdf>. Acesso em: ago. 2015.

SWELLER, J. Cognitive load during problem solving: Effects on learning. **Cognitive science**, v. 12, n. 2, p. 257-285, 1988.

VERGNAUD, G. A teoria dos Campos Conceituais. In: NASSER, L. (Ed.). **Anais do primeiro Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro** – 1993. 18 p.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. In: **Análise Psicológica 1** (V) p. 75-90. 1986.

VERGNAUD, G. **Quelques problèmes théoriques de la didactique a propos d'un exemple: les structures additives**. Atelier International d'Été: Recherche en Didactique de la Physique. La Londe les Maures, França, 26 de junho a 13 de julho, 1983.

VYGOTSKY, L. S. **Mind in society**: The development of higher psychological processes. Harvard university press, 1980.